

**E.Kh.Bozorov, A. E.Kubayev, D.A.Ahurova,  
K.T.Suyarov, D.A.Qarshiyev**

**QATTIQ VA YUMSHOQ  
MATEMATIK MODELLAR**

**O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI  
OLIV TA‘LIM, FAN VA INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI**

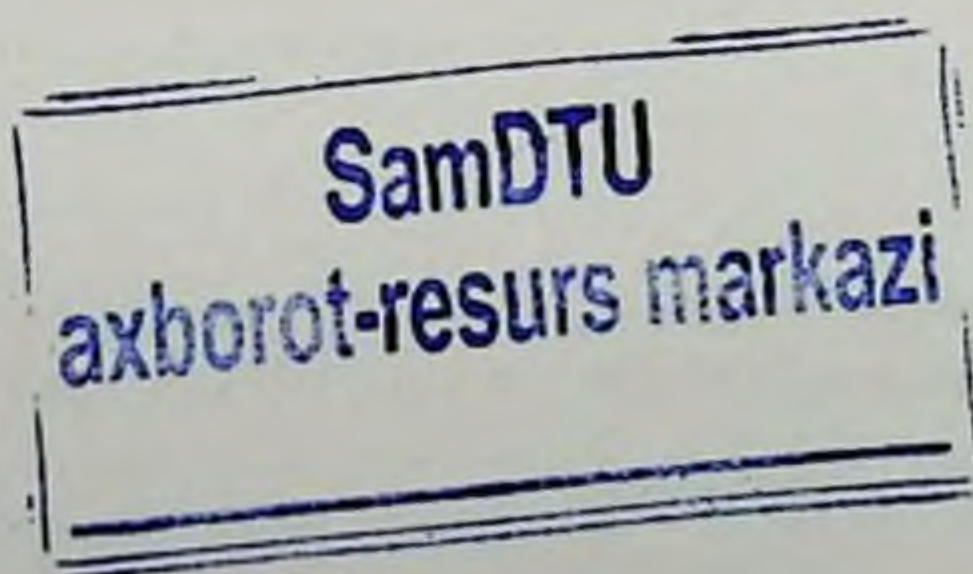
**SAMARQAND DAVLAT TIBBIYOT UNIVERSITETI**

**O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI FANLAR AKADEMIYASI  
YADRO FIZIKASI INSTITUTI**

**E.Kh.Bozorov, A. E.Kubayev, D.T.Ahurova,  
K.T.Suyarov, D.A.Qarshiyev**

# **“QATTIQ” VA “YUMSHOQ” MATEMATIK MODELLAR**

O‘quv-uslubiy qo‘llanma



**Samarqand – 2024**

UO'K: 525.33.2

**E.Kh.Bozorov, A. E.Kubayev, D.T.Ahurova, K.T.Suyarov, D.A.Qarshiyev.** "Qattiq" va "Yumshoq" matematik modellar. O'quv-uslubiy qo'llanma. – Samarqand: "SamDCHTI" nashriyoti, 2024. – 32 bet.

O'quv-uslubiy qo'llanma "matematik modellashtirish asoslari" ma'ruza kursi asosida tuzilgan bo'lib, oliy o'quv yurtlarida matematik modellashtirish yo'nalishi bakalavrlari uchun mo'ljallangan. Qo'llanmada "qattiq "va" yumshoq " matematik modellar, urush yoki jang modeli, optimallashtirish falokat yo'li sifatida, qattiq modellar noto'g'ri bashorat qilish yo'li sifatida va matematik qayta qurish modellari kabi mavzular berilgan. Qo'llanma oliy t'lim o'quv yurtlari talabalari, aspirantlar va matematik modellashtirish jarayonlarini o'rganadigan mutaxassislar uchun mo'ljallangan.

*Ushbu o'quv-uslubiy qo'llanma № AM-PZ-2019062031 «"Yadro energetikasi", "Yadro tibbiyoti va texnologiyalari", "Radiasion tibbiyoti va texnologiyalari" fanlari bo'yicha bakalavr va magistrlar uchun multimediali darsliklarini yaratish» nomli innovasion loyixa doirasida yozib tayorlangan materiallarning pedagogik taxlili asosida yozilgan bo'lib, darsliklar mualliflariga minnatdorchilik bildiramiz.*

**Taqrizchilar:**

Uz R FA Yadro fizikasi instituti  
Eksperimental yadro fizikasi laboratoriyasi katta ilmiy  
xodimi, f.-m. f. n.: **M.Qayumov**

Samarqand davlat tibbiyot universiteti  
«Informatika, informatsion texnologiyalari»  
Kafedrasi mudiri dotsent: **S.A.Karabayev**

Ushbu uslubiy qo'llanma SamDTU o'quv-uslubiy kengashi tomonidan 2023-yil 1-noyabr 3-sonli bayonnoma qarori bilan nashrga ruxsat berilgan.

© "SamDCHTI" nashriyoti, 2024

## MUNDARIJA

Kirish.....	4
1. "Qattiq "va" yumshoq " matematik modellar.....	6
2. Urush yoki jang modeli .....	6
3. Optimallashtirish falokat yo'li sifatida.....	9
4. Qattiq modellar noto'g'ri bashorat qilish yo'li sifatida .....	18
5. Ko'p bosqichli boshqaruv xavfi .....	20
6. Matematik qayta qurish modellari .....	20
7. Ikki darajali birinchi raqamlar statistikasi va dunyoni qayta taqsimlash .....	22
9. Zamonaviy dunyoda matematika va matematik ta'lim.....	26
10. Adabiyotlar.....	31

## KIRISH

Matematik modellashtirishning turli elementlari bir vaqtning o'zida aniq fanlarning paydo bo'lishi bilan ishlatilgan. Ushbu fakt bilan bog'liq bo'lgan narsa shundaki, ularning ba'zilari ilm-fan arboblari, masalan, Nyuton va Eyler ismlarini olib yurishadi, "algoritm" esa o'rta asr olimi Al-Xorazmiy nomidan kelib chiqqan. Ushbu metodologiyaning ikkinchi "tug'ilishi" XX asrning 40-50-yillari oxiri va 50 — yillari boshlariga to'g'ri keldi va kamida ikkita sababga bog'liq edi: kompyuterlarning paydo bo'lishi, garchi hozirgi standartlarga muvofiq kamtarona bo'lsa-da, ammo shunga qaramay olimlarni juda katta hajmdagi hisoblash ishlaridan xalos qildi va misli ko'rilmagan ijtimoiy buyurtma. an'anaviy usullar bilan amalga oshirib bo'lmaydigan raketa-yadro qalqonini yaratish bo'yicha SSSR va AQSh milliy dasturlarini amalga oshirish. Matematik modellashtirish yordamida ushbu muammo hal qilindi. Birinchi bosqichda yadroviy portlashlar va raketalarning parvozlari kompyuterlar yordamida simulyatsiya qilindi, keyinchalik ular amalda amalga oshirildi. Ushbu fakt modellashtirish metodologiyasini yanada rivojlantirishga yordam berdi, ularsiz hozirgi kunda keng ko'lamlı texnologik, ekologlar yoki iqtisodiy loyihalar amalga oshirilmayapti.

Zamonaviy ilm-fan tomonidan o'rganilgan texnik, ekologik, iqtisodiy va boshqa texnologiyalar endi an'anaviy nazariy usullar bilan o'rganishga imkon bermaydi. Ular ustida to'g'ridan-to'g'ri tabiiy tajriba uzoq, qimmat, ko'pincha xavfli yoki shunchaki mumkin emas, chunki bu si-stemlarning aksariyati "yagona nusxada" mavjud. Ularga nisbatan xatolar va noto'g'ri hisob-kitoblarning narxi qabul qilinishi mumkin emas. Shu nuqtai nazardan, matematik modellashtirish ilmiy va texnologik taraqqiyotning muqarrar tarkibiy qismidir.

Matematik modellashtirish metodologiya bo'lib, matematika, fizika va biologiya kabi ilmiy fanlar vositasi sifatida ishlatiladi va ular bilan raqobatlashmaydi. Ijodiy faoliyatning deyarli barcha sohalarida tadqiqotchilardan tortib harbiy rahbarlarga qadar modellashtirish qo'llaniladi. Matematik modellashtirish quyidagi talablarning bajarilishi bilan ta'minlanishi kerak: asosiy tushunchalar va

taxminlarni aniq shakllantirish, tajriba asosida (posteriori), ishlatilgan modellarning etarliligini tahlil qilish, hisoblash algoritmlarining kafolatlangan aniqligi va boshqalar. Formalizatsiya qilish qiyin bo'lgan ob'ektlarni modellashtirishda matematik va matematik bo'lmagan atamalarning farqlanishini, shuningdek mavjud matematik apparatlardan foydalanish xususiyatlarini qo'shimcha ravishda hisobga olish kerak.

## “QATTIQ” VA “YUMSHOQ” MATEMATIK MODELLAR

Qattiq modelga misol ko‘paytirish jadvalidir. Yumshoq modelning eng oddiy namunasi "o‘rmonga qanchalik uzoq bo‘lsa, o‘tin shunchalik ko‘p bo‘ladi" tamoyilidir. Yumshoq modellarning foydali matematik nazariyasi imkoniyati nisbatan yaqinda kashf etilgan. Hisobotda eng oddiy misollar ushbu nazariyani iqtisodiy, ekologik va sotsiologik modellarda qanday qo‘llash mumkinligini ko‘rsatadi.

### 1. Urush modeli yoki jang

Ikki raqib (masalan, ikkita armiya) – Lankaster modelining eng oddiy kurash modelida tizimning holati tekislikning musbat kvadrantining  $(x; y)$  nuqtasi bilan tavsiflanadi. Ushbu nuqtaning koordinatalari,  $x$  va  $y$ -qarama-qarshi qo‘shinlarning soni. Model quydagi shaklga ega

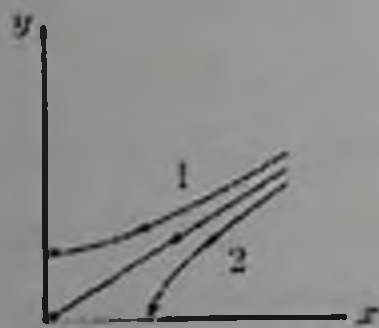
$$\begin{cases} \dot{x} = -by, \\ \dot{y} = -ax. \end{cases}$$

Bu erda  $a$  —  $x$  armiyasining qurol kuchi,  $b$  —  $y$  armiyasining kuchi. Oddiy qilib aytganda,  $x$  armiyasining har bir askari  $y$  armiyasining  $a$  askarini vaqt birligida o‘ldiradi (va shunga mos ravishda  $y$  armiyasining har bir askari  $x$  armiyasining  $b$  askarini o‘ldiradi). Bu erda  $t$  undan keyin harf ustidagi nuqta vaqt hosilasini bildiradi  $t$ , ya'ni harf bilan ko‘rsatilgan qiymatning o‘zgarish tezligi.

Bu aniq echimga imkon beradigan qattiq model:

$$\frac{dx}{dy} = \frac{by}{ax}, \quad ax \cdot dx = by \cdot dy, \quad ax^2 - by^2 = \text{const.}$$

$X$  va  $y$  armiyalari sonlarining evolyutsiyasi ushbu tenglama bilan berilgan giperbola bo‘ylab sodir bo‘ladi (rasm. 1). Urush qaysi giperbolaga borishi boshlang‘ich nuqtaga bog‘liq.



1-rasm. Qattiq urush modeli

Ushbu giperbolalar  $\sqrt{ax} = \sqrt{b}y$  bilan ajratilgan to'g'ri chiziq agar boshlang'ich nuqta ushbu to'g'ri chiziqdan yuqori bo'lsa (1-rasm). 1), keyin giperbola y o'qiga chiqadi.

Bu shuni anglatadiki, urush paytida x armiyasining soni nolga kamayadi (oxirgi vaqt ichida). Y armiyasi g'alaba qozonadi, dushman yo'q qilinadi.

Agar boshlang'ich nuqta pastda bo'lsa (2-holat), unda y- armiya g'alaba qozonadi. ushbu holatlarni ajratuvchi holatda (to'g'ridan-to'g'ri) urush ikkala armiyani yo'q qilish bilan umumiy qoniqish bilan tugaydi. Ammo bu cheksiz vaqtni talab qiladi: Jang davom etmoqda ikkala raqib allaqachon kuchsizlanib qolgan.

Modelning xulosasi quyidagicha: ikki baravar ko'p dushmanga qarshi kurashish uchun sizga to'rt baravar kuchli qurol kerak, uch baravar ko'p — to'qqiz marta va hokazo. (bu chiziq tenglamasidagi kvadrat ildizlar bilan ko'rsatilgan).

Shubhasiz, bizning kannibalistik modelimiz juda idealizatsiya qilingan va uni haqiqiy vaziyatga to'g'ridan-to'g'ri qo'llash xavfli bo'ladi. Savol tug'iladi — agar model biroz boshqacha bo'lsa, xulosa qanday o'zgaradi. Masalan, a va b koeffitsientlari qat'iy doimiy bo'lmasligi mumkin, lekin aytaylik, x va y ga bog'liq bo'lishi mumkin.

Bunday holda, biz tizim haqida quydagi

$$\begin{cases} \dot{x} = -b(x; y)y, \\ \dot{y} = -a(x; y)x, \end{cases} \text{ bu endi aniq hal qilinmaydi.}$$

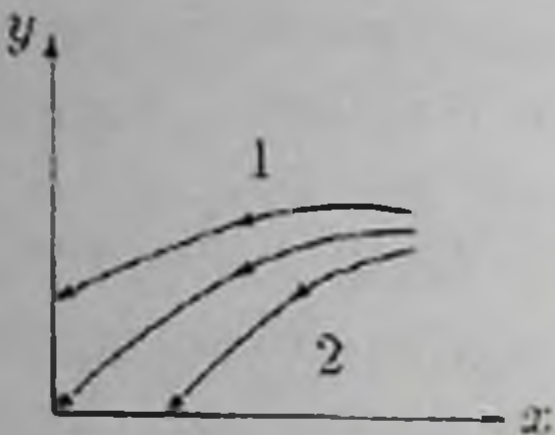
Biroq, matematikada a va b funktsiyalarining aniq turini aniq bilmasdan, umumiy xulosalar chiqarish usullari ishlab chiqilgan. Bunday vaziyatda yumshoq model haqida gapirish odatiy holdir — o'zgarishi mumkin bo'lgan model (bizning misolimizda a va b funktsiyalarini tanlash tufayli).

Umumiy xulosa bu holda asl modelning strukturaviy barqarorligi to'g'risida bayonot mavjud: a va b funktsiyalarining o'zgarishi (x; y) tekislikdagi harbiy harakatlarning yo'nalishini tavsiflovchi egri chiziqlarni o'zgartiradi (ular endi giperbola bo'lmaydi va ularni ajratib turadigan to'g'ri chiziq), ammo bu o'zgarish asosiy sifatli chiqishga ta'sir qilmaydi.



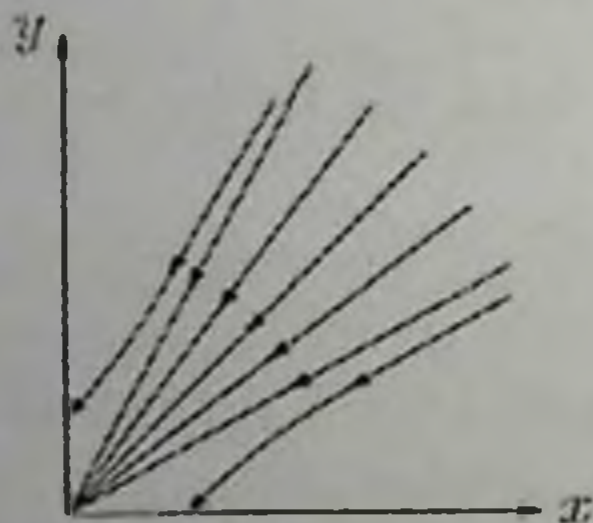
Bu xulosa shuki, "x g'alaba qozonadi" va "y g'alaba qozonadi" pozitsiyalari neytral chiziq bilan bo'linadi "ikkala armiya ham bir-birini cheksiz vaqt ichida yo'q qiladi".

Matematiklarning ta'kidlashicha,  $(x; y)$  tekislikdagi tizimning topologik turi  $a$  va  $b$  funktsiyalari o'zgarganda o'zgarmaydi: bu faqat neytral chiziqning egriligiga olib keladi (2-rasm).



**2-rasm. Urushning yumshoq modeli**

Ushbu matematik xulosa o'z-o'zidan aniq emas. Siz boshqa vaziyatni tasavvur qilishingiz mumkin, masalan, 3-rasmda ko'rsatilgan. Strukturaviy barqarorlikning matematik nazariyasi shuni ko'rsatadiki, bu holat, hech bo'lmaganda,  $a$  va  $b$  ning patologik bo'lmagan funktsiyalari uchun amalga oshirilmaydi (aytaylik, agar u nol musbat polinomlar bo'lsa, amalga oshirilmaydi).



**3-rasm. Amalga oshirib bo'lmaydigan urush modeli**

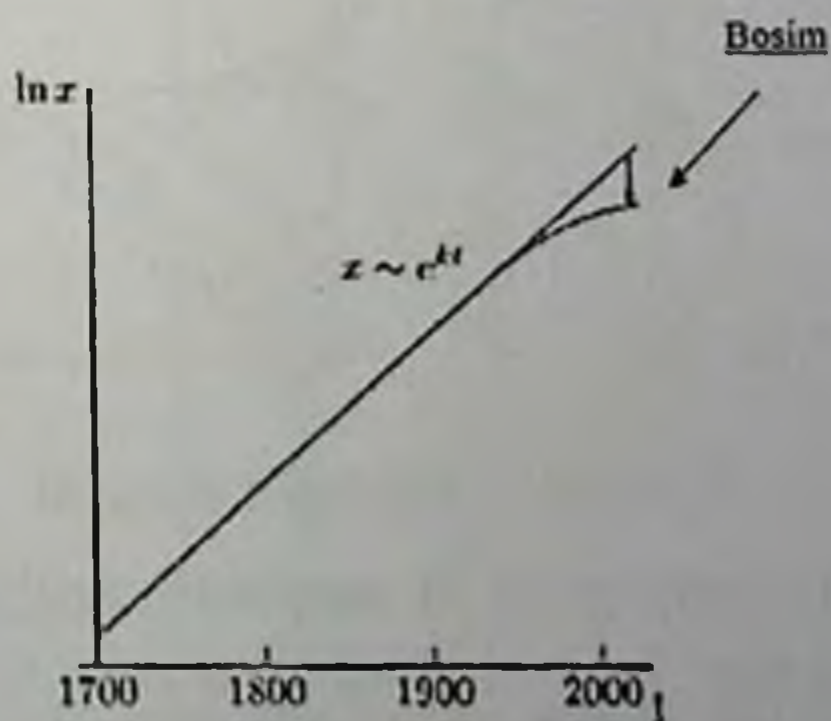
Biz eng oddiy urush modelining butun model sinfidagi voqealarni taxminiy tavsiflash uchun sifatli qo'llanilishi to'g'risida xulosa chiqarishimiz mumkin va buning uchun siz qattiq modelning aniq turini bilishingiz shart emas: xulosalar yumshoq model uchun amal qiladi. Aslida, eng oddiy model hatto foydali miqdoriy bashoratni ham beradi: ajratuvchi neytral chiziqning noldagi qiyaligi formula bilan aniqlanadi,  $\sqrt{a}x = \sqrt{b}y$ , bu erda  $a$  va  $b$ -noldagi koeffitsientlarning qiymatlari.

Ya'ni, "agar raqiblar ikki baravar ko'p bo'lsa, unda to'rt baravar kuchli qurolga ega bo'lish kerak" degan tamoyil o'zaro yo'q qilishning yakuniy bosqichida amal qiladi, urushning dastlabki bosqichida esa 4 raqamini tuzatish kerak, ehtimol ( $a$  va  $b$  koeffitsientlari turini hisobga olgan holda). Yumshoq modellar matematikasida ushbu tuzatish uchun samarali usullar ham ishlab chiqilgan (model tenglamalarini echishning aniq formulasi nafaqat noma'lum, balki qat'iy isbotlangan bo'lsa ham — umuman mavjud emas).

Ta'riflangan model qisman Napoleon va Gitlarning muvaffaqiyatsizliklarini, shuningdek Batu muvaffaqiyati va musulmon fundamentalistlarining umidlarini tushuntiradi deb o'ylash mumkin.

## 2. Optimallashtirish falokat yo'li sifatida

O'sishning eng oddiy modeli Maltus tomonidan taklif qilingan (yer aholisining o'sishi uchun). Ma'lumki, vaqt o'tishi bilan  $x$  populyatsiyasining eksponensial (ya'ni juda tez) o'sishiga olib keladi. Ushbu qattiq model (albatta, Rezervasyonlar bilan), masalan, 1700-1950 yillarda ilm-fan rivojiga taalluqlidir (aytaylik, ilmiy maqolalar soni bilan o'lchanadi) (rasm. 4). Keyingi asrda ilm-fanning eksponensial o'sishini davom ettirish tezda qog'oz va siyohning tugashiga olib keladi, olimlar soni dunyo aholisining yarmiga yetishi kerak edi.



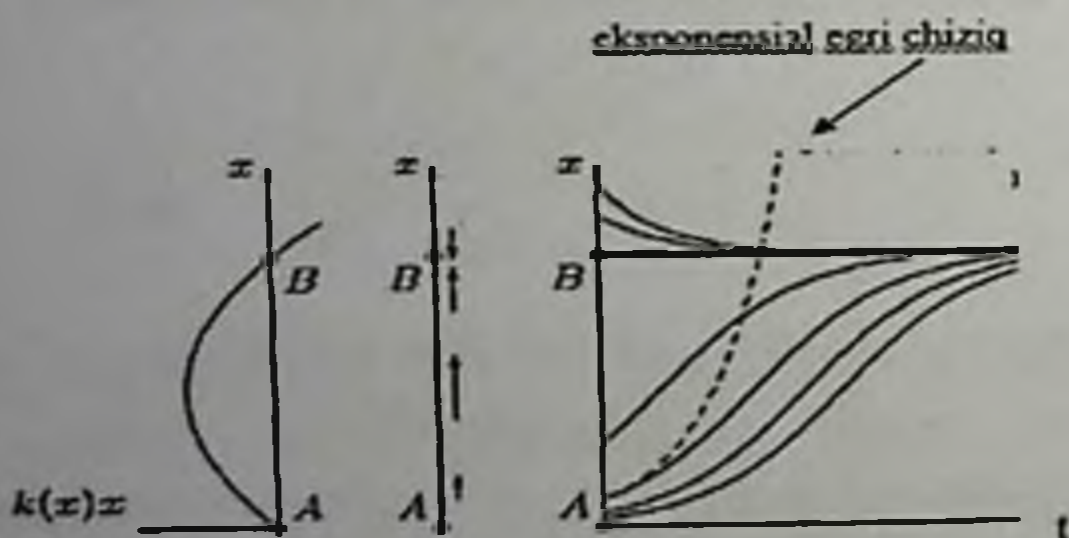
4-rasm. Ilm-fanning o'sishi

Jamiyat (barcha mamlakatlarda) bunga yo'l qo'ymasligi aniq va shuning uchun fanning rivojlanishi o'sishi kerak (biz buni ko'plab mamlakatlarda kuzatamiz; Rossiyada akademik fanni isloh qilish hozir sodir bo'lmoqda).

Shunga o'xshash o'sish hodisalari har qanday populyatsiyada sodir bo'ladi (va, ehtimol, tez orada butun insoniyat bilan sodir bo'ladi): aholi juda katta bo'lganda, doimiy  $k$ - o'sish sur'atiga ega bo'lgan Maltus qattiq modeli endi qo'llanilmaydi. Tabiiyki, juda katta  $x$  bilan resurslar (ozuq-ovqat, grantlar va boshqalar) uchun raqobat  $k$  ning pasayishiga olib keladi va qattiq Maltus modeli yumshoq model bilan almashtirilishi kerak populyatsiyaga bog'liq o'sish darajasi bilan.

$$\dot{x} = k(x)x$$

Eng oddiy misol –  $k(x) = a - bx$ ,  $k$ - ni tanlash, bu mantiqiy model deb ataladigan narsaga olib keladi (rasm. 5):  $\dot{x} = ax - bx^2$ , masalan,,  $\dot{x} = x - x^2$   $X$  va  $t$  birliklari tizimini tanlash orqali  $a$  va  $b$  koeffitsientlarini 1 ga aylantirish mumkin. Ammo shuni ta'kidlaymanki, quyida keltirilgan xulosalar (doimiylarning raqamli qiymatlariga qadar) adolatli bo'lib qoladi va har xil ( $x$  bilan kamayadigan)  $k(x)$  funktsiyalari bo'lgan keng toifadagi modellar uchun  $a$  va  $b$  koeffitsientlarining har qanday qiymatlarida. Boshqacha qilib aytganda, keyingi xulosalar maxsus qattiq logistika modeliga emas, balki butun yumshoq modelga tegishli.



5-rasm. Logistika modeli

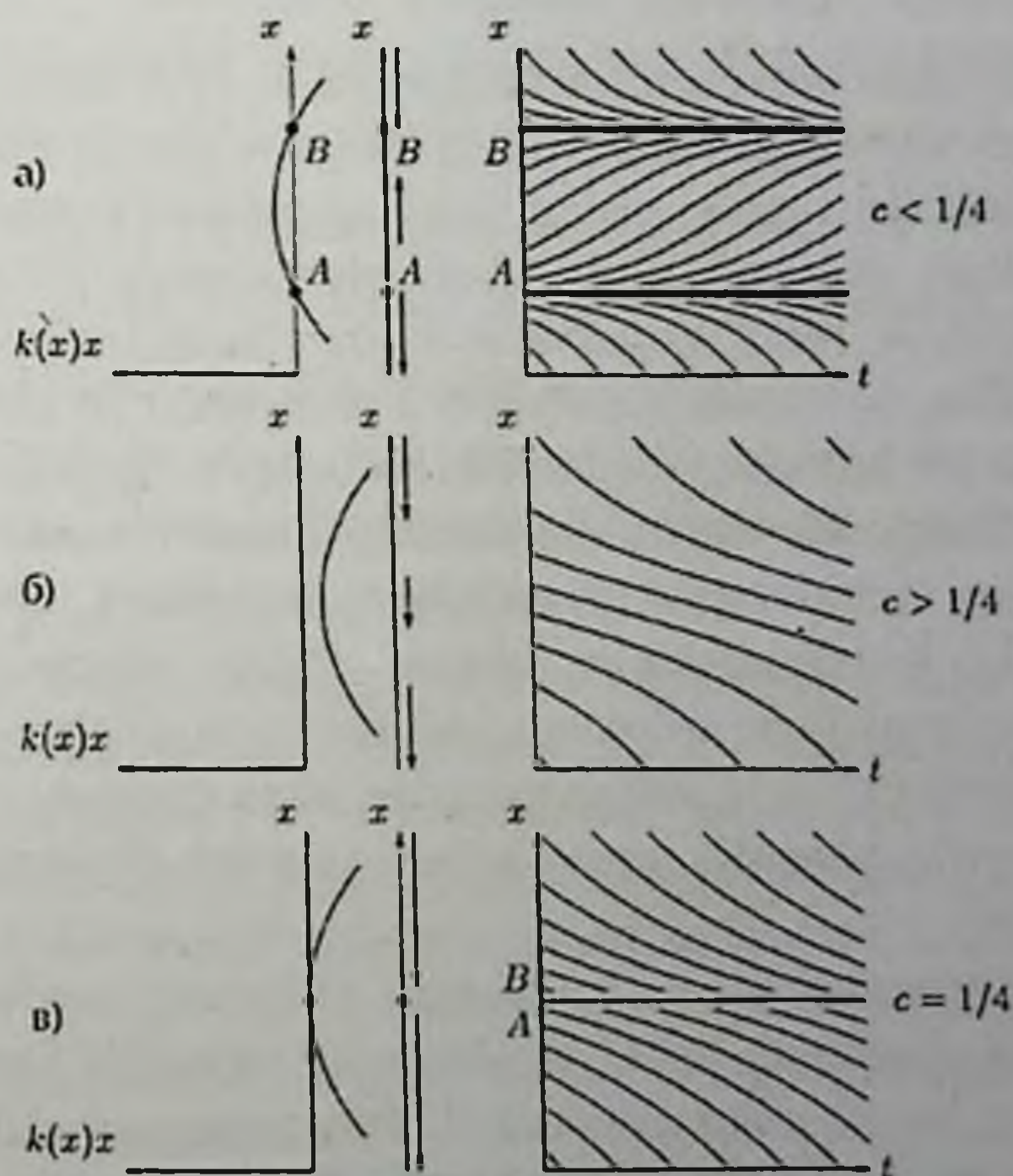
Chapdagi 5-rasmda  $a$  va  $B$  nuqtalari orasidagi musbat  $k(x)x$  funktsiyasining grafigi ko'rsatilgan, markazda  $x$  o'qi tizimining har xil holatlarini aks ettiruvchi vektor maydoni 1 ko'rsatilgan.  $A$  va  $B$  nuqtalarida tezlik nolga teng: ular statsionar holatlardir.  $A$  va  $B$

o'rtasida tezlik ijobiy (aholi ko'paymoqda), b nuqtadan tashqarida esa salbiy (aholi kamaymoqda). O'ng tomonda aholining turli xil boshlang'ich sharoitlarda vaqtga bog'liqligi ko'rsatilgan.

Model vaqt o'tishi bilan b statsionar rejimi o'rnatilishini taxmin qilmoqda, bu barqaror: ko'proq aholi kamayadi, kamroq aholi ko'payadi.

Logistika modeli ko'plab to'yinganlik hodisalarini qoniqarli tarzda tavsiflaydi. A yaqinida, aholi kam bo'lsa, u maltuzian modeliga juda yaqin. Ammo etarlicha katta  $x$  (koeffitsientlarni tanlashda buyurtma) bilan maltuzian o'sishidan keskin farq bor (5-rasmda ko'rsatilgan).  $x$  ning cheksizlikka o'tishi o'miga, aholi statsionar  $b$  qiymatiga yaqinlashadi.

Hozir yer aholisi 6 milliardga yaqinlashmoqda. Statsionar qiymati (turli hisob-kitoblarga ko'ra) 16-20 milliard kishini tashkil qiladi.



6-rasm. Qisqa (a), ortiqcha baliq ovlash (b) va baliq ovlashni optimallashtirish (C)

Logistika modeli ekologiyada keng tarqalgan. Masalan,  $x$  ko'ldagi yoki okeandagi baliqlar soni ekanligini tasavvur qilish mumkin. Keling, ushbu baliqlarning taqdiriga qanday ta'sir qilishini ko'rib chiqaylik  $C$  intensivlikda baliq ovlash :

$$\dot{x} = x - x^2 - c.$$

Hisob-kitoblar shuni ko'rsatadiki, javob hosil kvotasining ba'zi bir muhim qiymatida keskin o'zgaradi. Bizning qattiq modelimiz uchun bu juda muhim ahamiyatga ega,  $c = \frac{1}{4}$ , ammo shunga o'xshash hodisalar yumshoq model uchun ham sodir bo'ladi  $x = x - k(x)x - c$  (kritik qiymat  $c$  bu holda funktsiyaning maksimal qiymati  $k(x)x$ ).

Vaqt o'tishi bilan  $x$  baliq sonining evolyutsiyasi jarayoni 6-rasmda ko'rsatilgan. Agar  $C$  kvotasi kichik bo'lsa, unda o'zgarishlar ( $C = 0$  bo'lgan erkin aholi bilan taqqoslaganda) ular quyidagilardan iborat.

Tizim ikkita muvozanat holatiga ega,  $A$  va  $B$ .  $B$  holati barqaror: bu holda populyatsiya tanlanmagan holatdan biroz kichikroq, ammo u muvozanat qiymatidan  $x$  ning kichik og'ishlarida tiklanadi.

*A holati beqaror:* agar biron bir sababga ko'ra (masalan, brakonerlik yoki Mora) populyatsiya soni  $a$  darajasidan kamida bir oz pastga tushsa, kelajakda populyatsiya (asta-sekin bo'lsa ham,  $A$  dan farq kichik bo'lsa) qisqa vaqt ichida butunlay yo'q qilinadi.

Menimcha, Rossiyada ilm-fanning holati hozirda taxminan  $a$  nuqta bilan tasvirlangan: u hali ham harakatsiz, ammo fiziklar aytganidek, kvazi-statsionar, chunki ozgina chayqash osongina qaytarib bo'lmaydigan halokatga olib kelishi mumkin.

Katta kritik  $C$  baliq ovlash kvotalari bilan  $x$  populyatsiyasi oxirgi daqiqada yo'q qilinadi, ammo u boshlang'ich daqiqada qanchalik katta bo'lsa.

Bu mamontlar, bizonlar, ko'plab kitlarning taqdiri: ekologlar inson faoliyati ta'sirida har kuni qancha tur nobud bo'lishini hisoblab chiqdilar va bu raqamlar dahshatli. Ushbu turdagi modellar firmalar, konsermlar va davlatlarning bankrotligini ham tavsiflaydi. Bizning modelimizdagi yo'q qilish xavfi  $a$  ning beqaror holati  $b$  ning barqaror holatiga yaqinlashganda, ya'ni  $x$  qiymati ushlanmagan

populyatsiyaning asl statsionar kattaligining yarmiga tushganda paydo bo'ladi.

Menimcha, Rossiya aholisi hali bu halokatli darajaga tushmagan, ammo, ehtimol, unga qarab harakat qilmoqda. Rossiyada ilm-fan hozirda aynan shunday "ortiqcha baliq ovlash" sharoitida. Masalan, matematika instituti Bosh ilmiy xodimining maoshi. Steklova ras (men kabi) oyiga 100 dollardan kam. Bu AQShdagi hamkasblarimning ish haqidan yuz baravar kam (va Frantsiyadan 50 baravar kam). Bunday sharoitda  $C$  qiymati (Rossiyadagi olimlar sonining kamayish tezligi) asosan  $G'$  arb (masalan, AQSh) tomonidan o'z ish joylarini yaxshiroq o'qitilgan chet ellik aspirantlar va doktorantlar (asosan Xitoy va Rossiyadan) oqimidan himoya qilish uchun qabul qilingan kamsitish choralari bilan cheklanganligi aniq.

Yuqoridagilardan ko'rinib turibdiki,  $C$  parametrining qiymatini tanlash populyatsiyaning ishlashini boshqarishning juda muhim nuqtasidir  $x$ .  $C$  operatsion kvotasini oshirishga intilib, oqilona rejalashtirish tashkiloti tanqidiy darajadan oshmasligi kerak (bizning holatlarimizda  $c \leq \frac{1}{4}$ ). Optimallashtirish ekspluatatsiya qilingan populyatsiya hali yo'q qilinmagan muhim qiymatni  $c = \frac{1}{4}$  tanlashga olib keladi, ammo vaqt birligi uchun foydalanishdan olinadigan daromad maksimal mumkin bo'lgan qiymatga  $c = \frac{1}{4}$  etadi (bizning populyatsiyamizda uzoq vaqt davomida ko'proq daromad olish mumkin emas, chunki ekspluatatsiya qilinmagan populyatsiyaning maksimal  $\frac{1}{4}$  o'sish tezligi ham mavjud).

Maqola "Prime Language School" kattalar va bolalar uchun chet tillar maktabi ko'magida chop etilgan. Sankt-Peterburgdagi ingliz tili kurslari, shuningdek fransuz, nemis, italyan va ispan tillari. O'quv dasturi o'quvchilarni o'rganilayotgan til mamlakatining an'analari va mentaliteti bilan tanishtiradigan qiziqarli tadbirlarni o'z ichiga oladi. Siz batafsil ma'lumotni, kontaktlarni bilib olishingiz va quyidagi manzilda joylashgan saytda kurslarga yozilishingiz mumkin: <http://prime-school.com/>.

6-rasmning pastki qismidan biz bunday "maqbul" tanlov bilan nima bo'lishini ko'ramiz  $c = \frac{1}{4}$ . Dastlabki populyatsiya  $x > \frac{1}{2}$

nima bo'lishidan qat'i nazar, vaqt o'tishi bilan u statsionar rejimga  $A = B = \frac{1}{2}$  o'tadi, ammo bu statsionar populyatsiya barqaror emas. X ning ozgina tasodifiy pasayishi *populyatsiyaning cheklangan vaqt ichida butunlay yo'q qilinishiga olib keladi.*

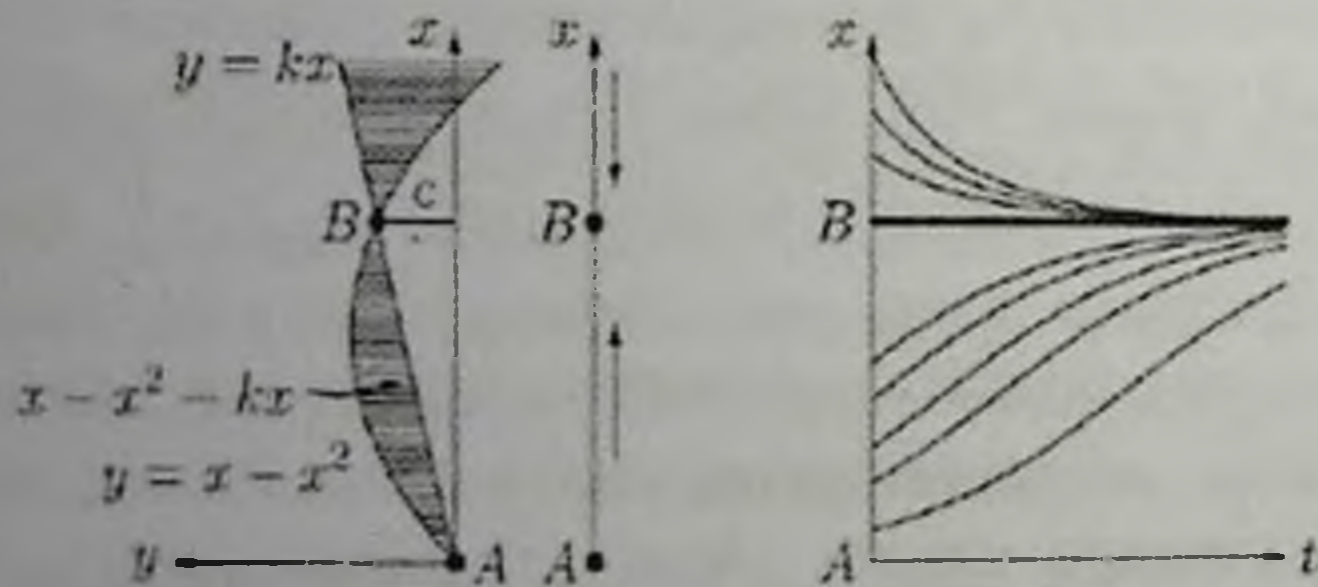
Shuning uchun, reja parametrlarini optimallashtirish optimallashtirish tufayli yuzaga keladigan beqarorlik tufayli rejalashtirilgan tizimning to'liq yo'q qilinishiga olib kelishi mumkin (va ko'p hollarda, bizning modelimiz eng oddiy misol).

Bizning yumshoq modelimiz, barcha aniq ibtidoiyliigi bilan, ammo bu yovuzlikka qarshi kurashish usulini taqdim etishga imkon beradi. Ma'lum bo'lishicha, agar qattiq rejalashtirish teskari aloqa bilan almashtirilsa, barqarorlik tiklanadi. Boshqacha qilib aytganda, ekspluatatsiya miqdori to'g'risida qaror (baliq ovlash kvotalari, soliq matbuoti va boshqalar) direktiv ravishda qabul qilinmasligi kerak ( $c = \text{const}$ ), lekin tizimning erishilgan holatiga qarab:

$C = kx$ , bu erda  $k$  - ("differentsial kvota") tanlanishi kerak.

Bunday holda, model quydagi shaklni oladi (rasm. 7)

$$\dot{x} = x - x^2 - kx$$



7-rasm. Barqaror teskari aloqa tizimi

$K < 1$  da vaqt o'tishi bilan barqaror bo'lgan statsionar B, holati o'rnatiladi. O'rtacha ko'p yillik daromad  $C = kx$  bu holatda  $y = kx$  to'g'ri chiziq  $y = x - x^2$  parabolaning yuqori qismidan o'tganda  $y = x - x^2$  optimal bo'ladi, ya'ni  $k = \frac{1}{2}$  differentsial kvotani tanlashda  $K$  o'rtacha daromad  $c = \frac{1}{4}$  bizning tizimimizda mumkin bo'lgan maksimal qiymatga etadi. Ammo, qat'iy rejalashtirilgan tizimdan farqli o'laroq, teskari aloqa tizimi barqaror va

koeffitsientning optimal qiymatida  $k$  (statsionar darajaga nisbatan kichik tasodifiy pasayish  $x = B$  tizimning o'zi tomonidan statsionar darajani avtomatik ravishda tiklashga olib keladi).

Bundan tashqari, koeffitsientning optimal qiymatdan ozgina og'ishi tizimning o'z-o'zini yo'q qilishiga olib kelmaydi (optimal qattiq  $C$  rejasidan ozgina og'ish bilan bo'lgani kabi), faqat "daromad"ning ozgina pasayishiga olib keladi.

Shunday qilib, *fikr-mulohazalarning kiritilishi (ya'ni qabul qilingan qarorlarning nafaqat rejalarga, balki ishlarning haqiqiy holatiga bog'liqligi) parametrlarni optimallashtirish bilan teskari aloqa qilmasdan qulab tushadigan tizimni barqarorlashtiradi.*

Yuqorida aytilganlarning barchasi yumshoq model uchun ham amal qiladi (koeffitsientlarni mos ravishda qayta hisoblash bilan). Shuni ta'kidlash kerakki, bu yumshoq modellashtirish xulosalarini foydali qiladigan qattiq model tafsilotlaridan (odatda unchalik yaxshi ma'lum bo'lmagan) mustaqillikdir.

Yumshoq modellashtirishni qattiq modellashtirish bilan almashtirishga urinishlar, odatda, tobora murakkab va noqulay matematik konstruktsiyalar ierarxiyasiga olib keladi, ularning tadqiqotlari ko'plab dissertatsiyalar uchun ajoyib materiallarni taqdim etadi, ammo ularning haqiqiy qiymati ko'pincha sodda (matematikasiz va aniq bo'lmagan) xulosalarning mohiyatidan ustun emas. Yuqorida tavsiflanganlarga o'xshash eng oddiy modellarni tahlil qilish.

### 3. Qattiq modellar noto'g'ri bashorat qilish yo'li sifatida

Eng oddiy model tarkibiy jihatdan barqaror bo'lishi, ya'ni xulosalar modelni tavsiflovchi parametrlar va funktsiyalarning ozgina o'zgarishiga bardosh berishi muhimdir. Yuqorida tavsiflangan model strukturaviy barqarorlikning ushbu xususiyatiga ega. Ushbu xususiyatga ega bo'lmagan modelga misol — bu hayotlik uchun kurashning mashhur lotka –Volterra modeli (rasm. 8),

$$\begin{aligned}\dot{x} &= ax - cxy, \\ \dot{y} &= -by + dxy.\end{aligned}$$

Ushbu modelda



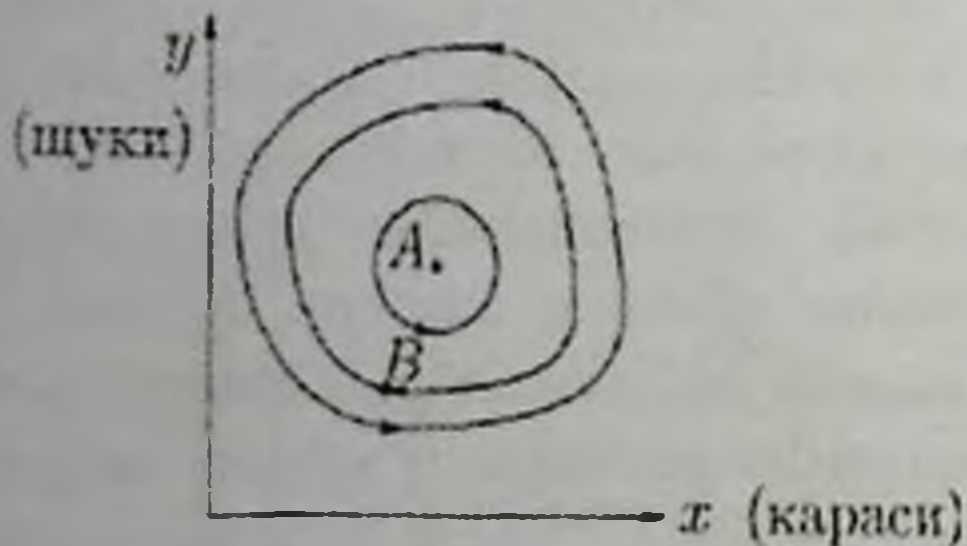


Pike baligi (Baliqlar kushandasi )



crucian sazan baligi

$x$  - crucian sazan soni,  $y$  - Pike soni (xohlovchilar  $x$  — ishchilar,  $y$  — uyushgan jinoyatchilar deb o'ylashlari mumkin).  $A$  koeffitsienti Pike yo'qligida crucian sazan sonining tabiiy o'sish tezligini tavsiflaydi,  $b$ -crucian sazansiz Pikelarning tabiiy yo'q bo'lib ketishi. Crucian sazan va Pike o'rtasidagi o'zaro ta'sir ehtimoli ham crucian sazan soniga, ham Pike soniga ( $xy$ ) mutanosib deb hisoblanadi. O'zaro ta'sirning har bir harakati crucian sazan populyatsiyasini kamaytiradi, ammo Pike populyatsiyasining ko'payishiga yordam beradi (atamalar tenglamaning o'ng tomonidagi  $cxy$  va  $dxy$ ).



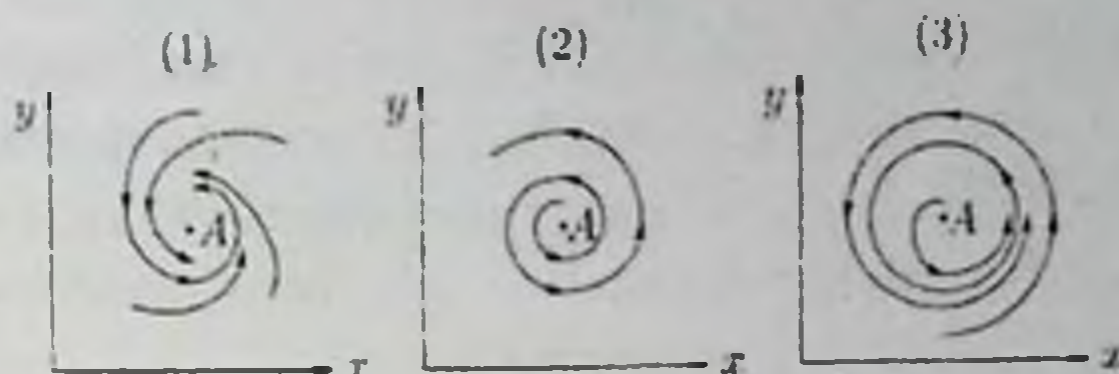
**8-rasm. Lotka-Volterra modelida crucian sazan va Pike populyatsiyalarining evolyutsiyasi**

Ushbu (qattiq) modelning matematik tahlili statsionar holat mavjudligini ko'rsatadi (A rasmda. 8), boshqa har qanday boshlang'ich holat (B) ham crucian sazan, ham Pike sonining davriy o'zgarishiga olib keladi, shuning uchun bir muncha vaqt o'tgach, tizim B holatiga qaytadi.

Modelning ozgina o'zgarishi bilan o'ng qismlarga kichik a'zolar qo'shiladi (masalan, oziq-ovqat uchun crucian sazan va crucian sazan uchun Pike raqobatini hisobga olgan holda).

$$\begin{aligned} \dot{x} &= ax - cxy + \varepsilon f(x; y), \\ \dot{y} &= -by + dxy + \varepsilon g(x; y), \quad \varepsilon \ll 1. \end{aligned}$$

Natijada, Lotka–Volterra qattiq tizimi uchun amal qiladigan davriylik (tizimning asl holatiga qaytishi B) haqidagi xulosa kuchini yo'qotadi. Kichik  $f$  va  $g$  tuzatishlarining turiga qarab, masalan, 9-rasmning 1-3-stsenariylari (ular allaqachon tizimli ravishda barqaror) mumkin.



**9-rasm. Yashash uchun kurashning yumshoq tizimli barqaror modeli**

1- holatida muvozanat holati  $A$  barqaror. Boshqa har qanday boshlang'ich sharoitda, ko'p vaqt o'tgach, u o'rnatiladi.

2-holatda tizim "bir-biriga zid keladi". Statsionar holat barqaror emas. Evolyutsiya qaroqchilar sonining keskin ko'payishiga, so'ngra ularning deyarli butunlay yo'q bo'lib ketishiga olib keladi (chunki ular ishchilarni shunchalik talon-taroj qilganki, ularni olish uchun hech narsa yo'q). Bunday tizim oxir-oqibat  $x$  va  $y$  ning shunchalik katta yoki juda kichik qiymatlari mintaqasiga tushib qoladiki, model endi qo'llanilmaydi: evolyutsiya qonunlarining o'zgarishi, ya'ni inqilob mavjud.

3-holatda, beqaror statsionar holatdagi tizimda  $A$  vaqt o'tishi bilan davriy  $C$  rejimi o'rnatiladi (masalan, radikallar va konservatorlar vaqti-vaqti bilan bir-birini almashtiradilar). Dastlabki qattiq lotka –Volterra modelidan farqli o'laroq, ushbu modelda o'rnatilgan davriy rejim kirish darajasiga bog'liq emas. Dastlab,  $A$  statsionar holatidan ozgina og'ish lotka –Volterra modelidagi kabi  $A$  yaqinidagi kichik tebranishlarga emas, balki juda aniq (va kichik og'ishga bog'liq bo'lmagan) amplituda tebranishlariga olib keladi. Boshqa tizimli barqaror senariylar ham mumkin (masalan, bir nechta davriy rejimlar bilan).

Xulosa. Qattiq model har ~~domin~~ modelning kichik o'zgarishlariga (uni yumshoq qiladi) nisbatan o'rganish paytida olingan natijalarning strukturaviy barqarorligini tekshirishi kerak.

Lotka–Volterra modelida 1– 3 (yoki boshqa mumkin bo‘lgan) senariylarning qaysi biri ushbu tizimda amalga oshirilayotganligi to‘g‘risida qaror qabul qilish uchun tizim haqida qo‘shimcha ma‘lumotlar (bizning formulamizdagi  $f$  va  $g$  kichik tuzatishlar turi to‘g‘risida) juda zarur. Yumshoq modellarning matematik nazariyasi buning uchun qanday ma‘lumotlarga ega bo‘lish kerakligini ko‘rsatadi. Ushbu ma‘lumotsiz qattiq model sifat jihatidan noto‘g‘ri bashoratlarga olib kelishi mumkin. Qattiq model asosida olingan xulosalarga faqat ularning strukturaviy barqarorligini o‘rganish bilan tasdiqlanganda ishonish mumkin.

#### 4. Ko‘p bosqichli boshqaruv xavfi

Ushbu bo‘limda tasvirlangan hodisa texnik tizimlarni boshqarish nazariyasida yaxshi ma‘lum. Bu juda umumiy vaziyatda kuzatiladi, ammo bu erda men uni eng oddiy modelda tasvirlab beraman, faqat texnik atamalarni insoniy atamalar bilan almashtiraman.

Har qanday  $x$  mahsulotini ishlab chiqarishni ishlab chiqarish tezligi to‘g‘risida rahbar qaror qabul qiladi:

$$x=y.$$

O‘z navbatida,  $u$  rahbarining xatti-harakati ishlab chiqarish tezligini qanday o‘zgartirish to‘g‘risida qaror qabul qiladigan ikkinchi darajali rahbar tomonidan boshqariladi:

$$y=z.$$

O‘z navbatida, ikkinchi darajali  $z$  rahbarining xatti-harakati uchinchi darajali rahbar tomonidan boshqariladi va hokazo.

Bizning modelimizdagi bosh menejer fikr-mulohazalarni amalga oshiradi: uning qarori rahbarlarning buyrug‘ini bajarish istagiga emas (oldingi darajadagi rahbarlar singari), balki ishning manfaatlariga asoslanadi. Masalan,  $u$   $x$  darajasining  $x$  darajasiga erishishni xohlashi mumkin va agar  $x$  darajasiga erishilmasa, oldingi darajadagi rahbarga ijobiy ta‘sir qiladi va agar  $u$  oshib ketgan bo‘lsa, salbiy tomonga ta‘sir qiladi.

Masalan,  $n = 3$  uchun ushbu turdagi eng oddiy model quydagi shaklga ega

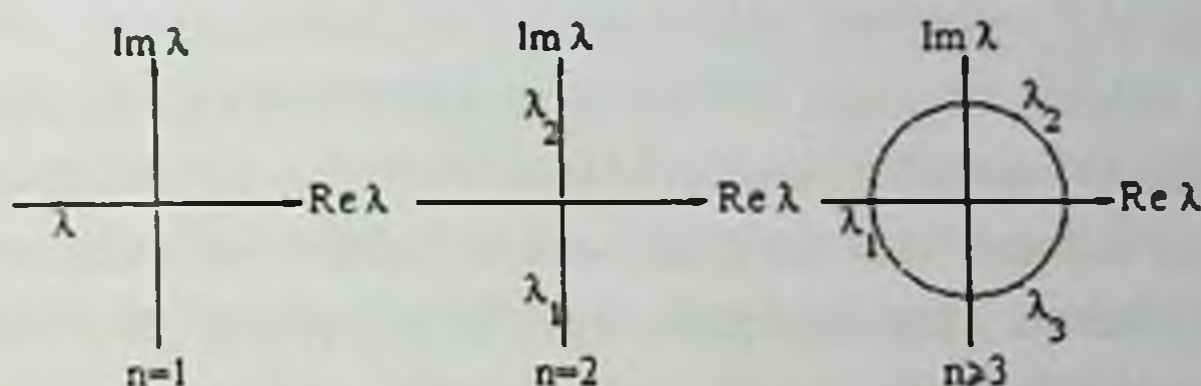
$$\begin{cases} \dot{x}=y, \\ \dot{y}=z, \\ \dot{z}=-k(x-X), \end{cases}$$

Ushbu tizimni  $n$  tartibli chiziqli differentsial tenglama sifatida qayta yozish mumkin:

$$x^{(n)} = -kx(x - X).$$

Ushbu (qattiq) modelning tenglamalari osongina aniq echiladi. Istalgan statsionar holatning barqarorligi ( $x = X, y = z = \dots = 0$ ) ildizlarning haqiqiy qismlari manfiy yoki yo'qligi  $\lambda$  xarakterli tenglama bilan belgilanadi.

$$\lambda^n = -k$$



### 10-rasm. Ko'p bosqichli boshqaruvning beqarorligi.

Ushbu ildizlar rasmda ko'rsatilgan murakkab raqamlardir. 10. Ushbu ildizlar murakkab o'zgaruvchan  $\lambda$  tekisligida muntazam  $n$ -burchak hosil qiladi.

Agar  $n > 3$  bo'lsa, ba'zi tepaliklar (beqaror) o'ng yarim tekislikda yotishi kerak ( $\text{Re } \lambda > 0$ ).  $N=1$  da ildiz  $\lambda = -k$  barqaror yarim tekislikda yotadi va  $n=2$  da ildizlar  $\lambda_{1,2} = \pm\sqrt{k}$  barqarorlik chegarasida yotadi.

Xulosa. Bizning modelimiz  $n > 3$  da tasvirlangan ko'p bosqichli boshqaruv barqaror emas. Ikki bosqichli boshqaruv davriy tebranishlarga olib keladi, lekin uch yoki undan ortiq bosqichli boshqaruvda sodir bo'ladigan tebranishlarning halokatli o'sishiga olib kelmaydi.

Haqiqiy barqarorlikni faqat bir bosqichli boshqaruv ta'minlaydi, bunda boshqaruvchi shaxs boshliqlar tomonidan rag'batlantirishdan ko'ra ishning manfaatlariga ko'proq qiziqadi.

Eng oddiy qattiq modelni tahlil qilish asosida yuqorida keltirilgan ushbu xulosalar, aslida  $n = 2$  holatini hisobga olmaganda, strukturaviy barqarorlikni tekshirishga bardosh beradi: ikki bosqichli boshqaruv, biz eng sodda modelimizni tuzishda yuqorida e'tiborsiz

qoldirgan ishni tashkil etish tafsilotlariga qarab, barqaror yoki beqaror bo'lishi mumkin.

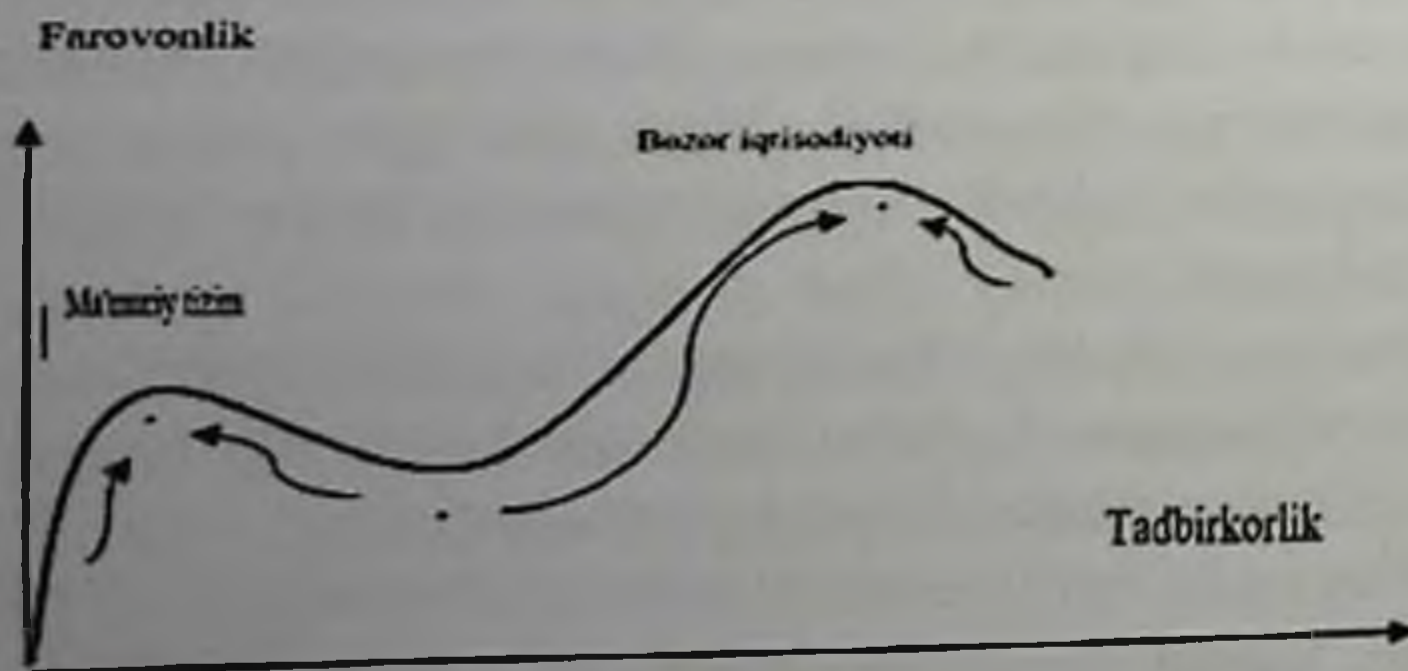
SSSRda ko'p bosqichli boshqaruv tizimining uzoq muddatli va, ehtimol, barqaror ishlashi, ehtimol, direktiv ko'rsatmalarni bajarmaganligi va ish manfaatlari uchun turli darajadagi menejerlarni qiziqtirish uchun "soya" tizimining mavjudligi bilan izohlanadi. Bunday haqiqiy qiziqishsiz (zamonaviy sharoitda endi korrupsiya bilan ta'minlanishi shart emas), ko'p bosqichli boshqaruv har doim vayronagarchilikka olib keladi.

## 5. Matematik qayta qurish modellari

Ushbu kuchli chiziqli bo'lmagan vaziyatning eng oddiy va eng keng tarqalgan matematik modellari bu erda natijalar harakatlarga mutanosib bo'lgan chiziqli tizimlar bilan ishlashga odatlangan menejerlar uchun kutilmagan bo'lib tuyulishi mumkin bo'lgan xulosalarga olib keladi.

Men bu erda "tabiiy ofatlar nazariyasi" kitobimning uchinchi nashridagi ushbu xulosalarning tavsifini takrorlayman (M., fan, 1990) (oldingi nashrlarda bu xulosalar yo'q bo'lib ketgan sabablarga ko'ra joylashtirilmadi-umid qilamanki, nafaqat vaqtincha-qayta qurish natijasida).

Yomon deb topilgan barqaror barqaror holatda bo'lgan chiziqli bo'lmagan tizimni ko'rib chiqing, chunki ko'rish doirasida tizimning eng yaxshi, afzal qilingan barqaror holati mavjud! (11-rasm).



11-rasm. Qayta qurish nuqtai nazaridan qaralishi.

Bu erda eng oddiy xulosalar:

1. Asta-sekin yaxshi holatga o'tish darhol yomonlashishga olib keladi. Yaxshi holatga qarab bir tekis harakat bilan buzilish darajasi oshadi.

2. Eng yomon holatdan yaxshiroq holatga o'tishda tizimning holatini o'zgartirishga qarshiligi oshadi.

3. Qarshilikning maksimal darajasiga yaxshiroq holatga erishish uchun eng yomon holatdan oldin erishiladi. Maksimal qarshilikdan o'tgandan so'ng, vaziyat yomonlashishda davom etmoqda.

4. Qayta qurish yo'lidagi eng yomon holatga yaqinlashganda, qarshilik bir muncha vaqtdan boshlab pasayishni boshlaydi va eng yomon holat tugagandan so'ng, nafaqat butunlay yo'qoladi, balki tizim yaxshi holatga tortila boshlaydi.

5. Yaxshi holatga o'tish uchun zarur bo'lgan buzilish miqdori yakuniy yaxshilanish bilan taqqoslanadi va tizim yaxshilanishi bilan ortadi. Kam rivojlangan tizim deyarli yomonlashmasdan yaxshiroq holatga o'tishi mumkin, rivojlangan tizim esa barqarorligi tufayli bunday asta-sekin, doimiy yaxshilanishga qodir emas.

6. Agar tizim zudlik bilan, doimiy ravishda emas, balki sakrashda, yomon barqaror holatdan yaxshilikka etarlicha yaqin bo'lsa, u holda u yaxshi holatga qarab rivojlanadi.

Chiziqli bo'lmagan tizimlarning ishlashining ushbu ob'ektiv qonunlari hisobga olinmaydi. Yuqorida faqat eng oddiy sifatli xulosalar keltirilgan. Nazariya miqdoriy modellarni ham etkazib beradi, ammo sifatli xulosalar muhimroq va shu bilan birga yanada ishonchli ko'rinadi: ular tizimning ishlash tafsilotlariga juda bog'liq emas, uning qurilmasi varaqamli parametrlari etarli darajada ma'lum bo'lmasligi mumkin.

Napoleon Laplasni "boshqaruvga cheksiz kichiklarning ruhini kiritishga urinish" uchun tanqid qildi. 2. Qayta qurishning matematik nazariyasi zamonaviy cheksiz kichik tahlilning bir qismidir, ularsiz murakkab va kam ma'lum bo'lgan chiziqli bo'lmagan tizimlarni ongli ravishda boshqarish deyarli mumkin emas.

Yumshoq modellashtirish nazariyasi-bu ishonchsiz modellarni tahlil qilishdan nisbatan ishonchli xulosalar chiqarish san'ati. Quyida kutilmagan kuzatilgan qonunlarni tushuntirib beradigan yana bir model keltirilgan.

o'z-o'zidan bozor iqtisodiyoti davo emas: mashhur Debra teoremasiga ko'ra, u printsiptial jihatdan barqarorlikka emas, balki har qanday betartiblikka olib kelishi mumkin.

Mening frantsuz hamkasblarim menga Laplas vazir bo'lganida, barcha hisob-kitoblar bir tiyinga yaqinlashishini talab qilganini tushuntirishdi.

## 6. Ikki darajali birinchi raqamlar statistikasi va dunyoni qayta taqsimlash

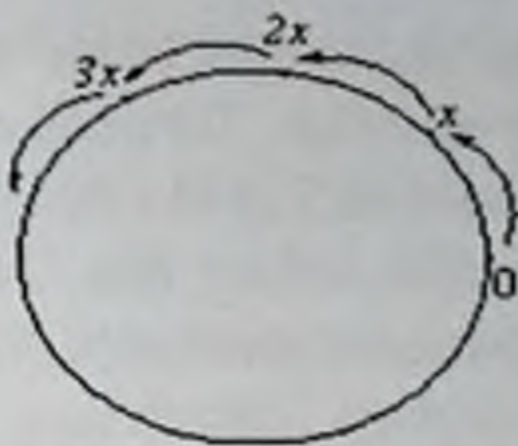
$2n$  raqamining birinchi raqami to'qqizga qaraganda taxminan 6 marta tez birlikdir. Dunyo mamlakatlari aholisi va maydonining birinchi raqamlari ham taqsimlangan. (O'ylaymanki, birinchi raqamlar, masalan, kompaniyalar soni yoki kapitali bir xil taqsimotga bo'ysunadi, ammo tekshirish uchun zarur bo'lgan ma'lumotlarga ega emasman).

Quyida keltirilgan tushuntirish eng oddiy qattiq modelni o'rnatishda teoreмага aylanadi (bunday teoremlar, ehtimol, boshqa qattiq modellarning keng sinfi uchun isbotlanishi mumkin, shuning uchun butun nazariya yumshoq modellashtirish bilan oqlanadi). Birinchi raqamlarning birinchi raqamlari ketma-ketligi  $2^n$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ):

$1, 2, 4, 8, 1, 3, 6, 1, 2, 5, 1, \dots$  ko'p birliklarni o'z ichiga oladi. Birliklar asimptotik ravishda ushbu ketma-ketlikning 30 ga yaqin a'zosini tashkil etishini hisoblashni davom ettirish orqali tekshirish mumkin.

Bu natija G. Veylya teoremasidan kelib chiqadi (taxminan yuz yil oldin isbotlangan), unga ko'ra  $nx$  sonlarining  $\{nx\}$  kasr fraktsiyalari ketma-ketligi, bu erda  $x$  irratsional, 0 dan 1 gacha bo'lgan segmentda teng taqsimlanadi. ( $a$  sonining kasr qismi  $a$  va  $a$  dan oshmaydigan eng katta butun son  $[a]$  orasidagi  $\{a\} = a - [a]$  farqidir).

Veylya teoremasi shuni anglatadiki, agar nuqta uzunligi bilan taqqoslanmaydigan 1 qadam bilan aylana bo'ylab sakrasa (rasm. 12), keyin har bir yoyda sakrash nuqtasi tomonidan o'tkaziladigan vaqtning ulushi yoyning uzunligiga mutanosibdir (va aylanada yoyning joylashishiga bog'liq emas).



12-rasm. Vaylya teoremasi

Raqamning birinchi raqami  $lg i$  va  $lg(i + 1)$  nuqtalari orasidagi segmentlarning qaysi biriga uning logarifmining kasr qismi (mantissa) tushishi bilan belgilanadi (bu erda va undan keyin o'nlik logarifmlar).

$Lg 2^n = nlg 2$  va  $x = lg 2$  soni irratsional bo'lgani uchun Veylya teoremasi 0 dan 1 gacha bo'lgan segmentda  $\{lg 2n\}$  nuqtalarining teng taqsimlanishini ta'minlaydi. Shuning uchun o'nlik kengayishning birinchi raqamiga ega bo'lgan  $2^n$  sonlarining nisbati  $lg i$  dan  $lg(i + 1)$  gacha bo'lgan segmentning  $p_i$  uzunligini tashkil qiladi. Shunday qilib, biz  $2^n$  raqamlarining birinchi raqamlarining quyidagi statistikasini olamiz (foizda):

$i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$100p_i$	30	17	12	10	8	7	6	5	5

Masalan, birliklarning ulushi  $p_1 = lg 2 \approx 0,30103\dots$ , ga teng bu to'qqizlar ulushidan taxminan 6 baravar ko'p.

Har qanday geometrik progressiyaning birinchi raqamlari (masalan,  $3^n$ ) bir xil taqsimotga ega. Istisno, albatta,  $10^n, (\sqrt{10})^n, \dots$  progressiyalari va umuman  $p$  va  $q$  butun bo'lgan  $10^{p/q}$  maxrajlari bilan progressiyalardir.

Yigirma yil oldin, N. N. Konstantinov mening e'tiborimni dunyo aholisining birinchi raqamlari bir xil g'alati taqsimotga bo'ysunishiga qaratdi: birliklar taxminan to'qqiztadan ko'p. Mana bu hodisa uchun mening o'sha paytdagi tushuntirishim. Keling, ketma-ket yillarda belgilangan mamlakat aholisi sonidan kelib chiqadigan ketma-ketlikni ko'rib chiqaylik. Maltus nazariyasiga ko'ra, bu raqamlar geometrik progressiyani hosil qiladi. Veyl teoremasiga ko'ra, birinchi raqamlar ikki darajali birinchi raqamlar bilan bir xil taqsimlanadi. Keling, o'sha yili turli mamlakatlar aholisining statistikasiga o'tamiz.



"Ergodik printsip" ga ko'ra, vaqtinchalik o'rtacha ko'rsatkichlarni fazoviy ravishda ko'rish mumkin: birinchi raqamlarning statistikasi bitta mamlakat uchun bir xil bo'lishi kerak.

(Ergodik printsip-xuddi shu fikr, o'rmondagi daraxtning evolyutsiyasini o'rganish uchun uning urug'dan o'sishini va o'lishini kutishning hojati yo'q, lekin siz shunchaki turli yoshdagi daraxtlarga qarashingiz mumkin. Bu erda biz ushbu printsipni teskari yo'nalishda qo'lladik, mamlakatlar bo'yicha statistikasi bitta mamlakat evolyutsiyasi haqidagi bilimlarga asoslanib hisobladik.)

Nazorat qilish uchun men kutubxonamdagi javondagi kitoblardagi sahifalar sonini, Daryo uzunligi va tog'larning balandligini taqqosladim. Ushbu holatlarning barchasida olingan raqamlarning birinchi raqamlari orasida birlik va to'qqizlik fraktsiyalari bir-biriga yaqin edi. Kitoblar, tog'lar va daryolar eksponent ravishda o'smaydi, Maltus nazariyasi ularga taalluqli emas. Shuning uchun aholi sonini va aytaylik, daryolar uzunligini ifodalovchi raqamlardagi birinchi raqamlar statistikasidagi farq Maltus formulasining o'ziga xos tasdig'idir (unga ko'ra, aholi eksponent ravishda o'sib bormoqda yoki kamaymoqda, biz hozir Rossiyada kuzatayotganimizdek).

Biroq, taxminan o'n yil oldin, M. B. Sevryuk nafaqat aholi, balki dunyo mamlakatlari hududlari ham birinchi raqamlarni taqsimlashning g'alati qonuniga bo'ysunishini aniqladi. Maydonlarga Maltus nazariyasi qo'llanilmaydi, shuning uchun savol tug'iladi-bu maydonlarning xatti-harakatlarini qanday tushuntirish kerak:

$i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$100p_i$	29	21	10	11	6	6	8	3	6

Ma'lum bo'lishicha, dunyoni qayta taqsimlashning bir qator modellari aynan shu taqsimotga olib keladi. Eng oddiy model (buning uchun belgilangan taqsimotni o'rnatish teorema) quyidagicha: vaqt birligida 50% ehtimollik bilan mamlakat ikkiga bo'linadi va 50% ehtimollik bilan bir xil hududdagi boshqa mamlakat bilan birlashadi.

Ushbu qattiq model aniq matematik tadqiqotlar o'tkazishga imkon beradi, bu mamlakat maydonining birinchi raqami birlik (mos

ravishda  $i) \lg 2 \approx 0,3 \dots$  bo'lishini ko'rsatadi (shunga ko'ra,  $\lg(i+1) - \lg i$ ).

Kompyuter tajribalari (M. V. Xesina tomonidan Torontoda va F. Aikardi tomonidan 1997 yil yozida Triestda o'tkazilgan) shuni ko'rsatadiki, xuddi shu taqsimot boshqa ko'plab modellarda o'rnatiladi. Masalan, vaqt birligi uchun har qanday mamlakat ( $x_k$  va  $x_i$  maydonlari bilan)  $1/2$  ehtimollik bilan tasodifiy tanlangan boshqasi bilan birlashadi ( $x_k$  va  $x_i$  maydoni mamlakatini hosil qiladi) va ehtimollik bilan yarmi ikkita teng qismga bo'linadi deb taxmin qilish mumkin.

Kvadratlarning yuzlab mamlakatlaridan boshlab, masalan,  $x_k=k$ , siz bizning standart taqsimotimizga yuz qadamdan yaxshi yaqinlashishingiz mumkin.

Teng qismlarga bo'linish  $px_k$  va  $(1-p)x_k$  (Kvebek, Ukraina,...), birlashish va bo'linish ehtimoli har xil bo'lishi mumkin-raqamli tajriba natijalari ushbu model o'zgarishlariga sezgir emas. Siz hatto mamlakatlarning geografik joylashuvini ko'rib chiqishingiz mumkin, bu faqat qo'shnilar bilan birlashishga imkon beradi (bir vaqtlar Sharqiy Prussiya va hozirgi Kaliningrad viloyatining mavjudligini e'tiborsiz qoldirib). Raqamli tajribalar bir xil taqsimotga olib keladi (biz dunyo geografiyasini aylana yoki shar, segment yoki to'rtburchaklar bilan modellashtiramizmi).

Shunday qilib, bizning taqsimotimiz yumshoq modelning o'ziga xos xususiyati bo'lib tuyuladi, ammo uning aniq dasturlarida qattiq modellar shaklida o'rnatilishining isboti qiyin va hal qilinmagan matematik muammodir.

Matematika, fizika singari, eksperimental fan bo'lib, fizikadan faqat matematikada tajribalar juda arzonligi bilan farq qiladi. Ko'rinib turibdiki, shuning uchun rasdagi matematika bo'limining byudjeti fizika bo'limlari byudjetidan qirq baravar kam (va shuning uchun bizning matematiklarimizning ishlashi mos ravishda bir necha baravar yuqori).

Bu taqsimot unchalik g'alati tuyulmasligi mumkin, chunki bu maydonlar qaysi birliklarda taqsimlanishiga bog'liq bo'lmagan yagona taqsimot (kvadrat kilometr, kvadrat milya, kvadrat fut, kvadrat dyuym va boshqalar).

## 7. Matematika va matematik ta'lim zamonaviy dunyoda.

"Yulduzli urushlar yo'q | matematika yo'q", | deydi amerikaliklar. Bu (vaqtinchalik?) harbiy qarama-qarshilikning tugashi bilan matematika, barcha fundamental fanlar singari, moliyalashtirishni to'xtatdi, zamonaviy sivilizatsiya uchun sharmandalik bo'lib, faqat "amaliy" fanlarni tan oladi, eman daraxti ostidagi cho'chqa kabi o'zini tutadi. Aslida, hech qanday amaliy fanlar mavjud emas va hech qachon mavjud bo'lmagan, chunki yuz yildan ko'proq vaqt oldin Lui Paster (insoniyat uchun zarur bo'lmagan mashg'ulotlarda gumon qilish qiyin). Pasterning so'zlariga ko'ra, faqat ilovalar mavjud fanlar. Amber va mushuk mo'ynasi bilan tajribalar 18-asr hukmdorlari va harbiy rahbarlari uchun foydasiz bo'lib tuyuldi. Ammo Faraday va Maksvell elektromagnetizm nazariyasining tenglamalarini yozgandan keyin ular bizning dunyomizni o'zgartirdilar. Fundamental fanning ushbu yutuqlari insoniyatning yuzlab yillar davomida sarflagan barcha xarajatlarini qopladi. Zamonaviy hukmdorlarning uhu hiobga to'lahdan voz kechihi / ajablanarli darajada uzoqni ko'ra olmaydigan iyoat, buning uchun muta qil mamlakatlar, hubhaiz, texnologik va shuning uchun iqtisodiy (shuningdek, harbiy) qoloqlik.

Umuman olganda, insoniyat (maltuziya inqirozi sharoitida omon qolishning eng qiyin vazifasi bo'lgan) uni tashkil etuvchi mamlakatlarning miyopik-xudbin siyosati uchun og'ir narxni to'lashi kerak.

Matematik hamjamiyat hukumatlar va umuman jamiyat tomonidan har bir insonning madaniy yukining bir qismi sifatida matematik madaniyatni yo'q qilishga va ayniqsa matematik ta'limni yo'q qilishga qaratilgan keng tarqalgan bosim uchun javobgardir. Matematikani barcha darajalarda o'qitish, afsuski, tizimga aylandi. Professional matematiklar va o'qituvchilarning butun avlodlari o'sdi faqat buni biladigan va boshqa matematikani o'qitish imkoniyatini tasavvur qila olmaydigan matematiklar.

Rasmiylashtirilgan o'qitishning eng o'ziga xos belgilari-bu g'ayratli ta'riflar va tushunarsiz (mantiqiy jihatdan mukammal bo'lsa ham) dalillarning ko'pligi. Misollarning etishmasligi, matematik nazariyalarning cheklangan holatlari va qo'llanilish chegaralarini

tahlil qilmaslik, chizmalar va chizmalarning etishmasligi matematining doimiy etishmasligi-

matematikadan tashqari qo'llanmalar va matematik tushunchalarning motivlari yo'qligi kabi jiddiy matnlar. Puankare allaqachon kasrlarni (hech bo'lmaganda aqliy) pirog yoki olma kesishga o'rgatishning faqat ikkita usuli borligini ta'kidlagan edi. Boshqa har qanday o'qitish usuli bilan (aksiomatik yoki algebraik) maktab o'quvchilari hisoblagichlarni raqamlar bilan, maxrajlarni esa maxrajlar bilan qo'shishni afzal ko'rishadi. Matematika eksperimental fan bo'lib, nazariy fizikaning bir qismi va tabiiy fanlar oilasining a'zosi hisoblanadi. Ushbu fanlarning barchasini qurish va o'qitishning asosiy printsiplari matematikaga ham tegishli. Qat'iy mantiqiy fikrlash san'ati va shu tarzda ishonchli xulosalar chiqarish Sherlok Xolmsning imtiyozi bo'lib qolmasligi kerak har bir talaba bu mahoratni egallashi kerak. Haqiqiy vaziyatlarning etarli matematik modellarini yaratish qobiliyati matematik ta'limning ajralmas qismi bo'lishi kerak. Muvaffaqiyat tayyor retseptlardan (qattiq modellardan) foydalanishni emas, balki matematik yondashuvni keltirib chiqaradi haqiqiy dunyo hodisalari. Hisoblashning (va kompyuter fanining) ulkan ijtimoiy ahamiyati bilan matematikaning kuchi ularda emas va matematikani o'qitish hisoblash retseptlariga to'g'ri kelmasligi kerak.

Rossiya tarixida matematik ma'lumotga ega bo'lgan bosh vazir bo'lgan (Chebyshev maktabida matematika bo'yicha Sankt-Peterburg universitetini tamomlagan). Yumshoq va qattiq matematik modellashtirish o'rtasidagi farqni shunday tasvirlaydi:

Matematiklar o'rtasida ikki xil odamlar bor:

1) matematiklar-faylasuflar, ya'ni raqamlar va hisob-kitoblar hunarmandchilik bo'lgan eng yuqori matematik fikr matematiklari; ushbu turdagi matematiklar uchun raqamlar va hisob-kitoblarning ahamiyati yo'q, ular raqamlar va hisob-kitoblarga emas, balki matematik g'oyalarning o'ziga jalb qiladi. Bir so'z bilan aytganda, bu matematiklar, shunday qilib aytganda, sof falsafiy matematika;

2) aksincha, matematikaning falsafasi, matematik g'oyalar tegmaydigan matematiklar mavjud bo'lib, ular matematikaning butun mohiyatini hisob-kitoblar, raqamlar va formulalarda ko'rishadi. Men va men mansub bo'lgan faylasuf matematiklar har doim hisoblash

matematiklariga nisbatan nafrat bilan munosabatda bo'lishadi va hisoblash matematiklari, ular orasida juda mashhur olimlar bor, faylasuf matematiklarga taniqli odamlar sifatida qarashadi "ta'sirlangan" degan ma'noni anglatadi. Endi biz Vitte tomonidan tasvirlangan farqlar fiziologik kelib chiqishini bilamiz. Bizning miyamiz ikkita yarim shardan iborat. Chap polinomlarni ko'paytirish uchun javobgardir, tillar, shaxmat, fitna va sillogizmlar ketma-ketligi, va o'ng fazoviy yo'nalish, sezgi va haqiqiy hayotda zarur bo'lgan barcha narsalar. Vitte terminologiyasidagi "hisobchi matematiklar" odatda o'ng yarim sharning rivojlanmaganligi sababli gipertrofiyalangan. Ushbu kasallik ularning kuchini tashkil qiladi (Nabokovning "Lujinni himoya qilish" ni eslang). Ammo matematiklarning ustunligi ushbu turdagi aksiomatik-sxolastik matematikaning, ayniqsa o'qitishda (shu jumladan o'rta maktabda) ustunligiga olib keldi, unga jamiyat tabiiy va qonuniy ravishda keskin salbiy munosabatda bo'ladi. Natijada matematikadan nafratlanish va barcha hukmdorlarning maktabda uni yo'q qilish bilan xo'rlash uchun qasos olish istagi paydo bo'ldi. Yumshoq modellashtirish ikkalasining ham uyg'un ishlashini talab qiladi miya yarim sharlari. Universitetni tugatgandan so'ng, Vitte mutaxassislik bo'yicha ish topmadi va xususiy kompaniyaning janubi-g'arbiy temir yo'lda masofa boshlig'i bo'lish taklifini qabul qildi. Ushbu lavozimni egallash uchun u bir hafta davomida har bir bo'ysunuvchisi (o'qchi, sayohatchi, bagaj tarqatuvchisi, chipta kassiri, ko'chmanchi, mashinist, stansiya boshlig'i) lavozimida bo'shish kerak edi. . . ) bo'lajak bosh vazir uchun bebaho tajriba.

Bir kuni Qrimga ketayotgan shoh poyezdi Vittening buyrug'i bilan sekinlashdi. Aleksandr III ning g'azabiga qaramay, mashinist uning buyrug'iga emas, balki uning masofa boshlig'ining buyrug'iga bo'ysundi. Poezd endi Vittaga bo'ysunmagan trekka o'tganda, tezlik tabiiy ravishda ko'tarildi. Tez orada shoh poyezdi relsdan chiqib, ag'darildi (Borok stansiyasi yaqinidagi falokat). Podshoh masofaning isyonkor boshlig'ining ismini esladi va Vitte vazir etib tayinlandi (aftidan aloqa yo'llari) va keyinchalik bosh vazir bo'ldi. "Rossiyada kapitalizmning rivojlanishi" ning butun buyuk davri, shu jumladan hozirgi temir yo'l tarmog'ining qurilishi uning nomi bilan bog'liq.

Ammo Vitte mamlakatning haqiqiy hayoti va iqtisodiyot va texnika muammolarini siyosiy fitnalarga qaraganda yaxshiroq bilardi (chap yarim sharli odamlar ko'proq iste'dodga ega). Rasputin tipidagi arboblarning hokimiyatga kelishi bilan u iste'foga yuborildi. Vitte siyosatchilar tomonidan yaratilgan tanqidiy vaziyatlarni (rus-yapon urushi, 1905 yilgi inqilob) bartaraf etish uchun yana hokimiyatga chaqirildi, men hatto Vitte keyingi o'n yil ichida Rossiya rahbari bo'lib qolsa, bizning tariximiz butunlay boshqacha bo'lar edi: jahon urushi ham, inqilob ham bo'lmaydi va biz yashardik hozir Finlyandiya yoki Shvetsiya kabi. Albatta, Vittening kuchi hech qanday matematikani ("hisob-kitob") qo'llashda emas, balki u "matematika-falsafa" deb ataydigan va matematik ma'lumotga ega bo'lgan odamni o'ylashga majbur qiladigan fikrlash tarzida edi.

(Ongli yoki ongsiz) yumshoq matematik modellashtirish orqali atrofdagi dunyoning barcha haqiqatlari. Har qanday iqtisodiy yoki ishlab chiqarish faoliyatida (ehtimol siyosiy fitnalarni hisobga olmaganda) muvaffaqiyat qozonish uchun bunday fikrlashning zarurligi g'oyasi yuz yil oldin yaxshi tushunilgan edi:

Matematik belgilardan foydalanmaydigan inson mantig'i ko'pincha og'zaki ta'riflarda chalkashib ketadi va natijada noto'g'ri bo'ladi xulosa va bu xatoni oching so'zlar musiqasi ortida ba'zan katta mehnat va cheksiz, ko'pincha samarasiz, tortishuvlar mavjud. Afsuski, Pareto matematik iqtisodiyoti klassikasining so'zlari hozir ham dolzarb bo'lib qolmoqda:

Matematikadan bexabar iqtisodchilar tenglamalar tizimini uning nima ekanligini yoki hatto unga kiritilgan har bir birlik tenglamasi nima ekanligini bilmasdan hal qilmoqchi bo'lgan odamlar pozitsiyasida.

## XULOSALAR:

Barcha mamlakatlarda fundamental fanni va xususan matematikani bostirish rejalashtirilgan (Amerika ma'lumotlariga ko'ra, ularga 10 yil kerak bo'ladi (15) insoniyatga (va alohida mamlakatlarga) G'arb tsivilizatsiyasiga (va Ispaniyaga) olib kelgan zarar bilan taqqoslanadigan zarar keltiradi.inkvizitsiya gulxanlari.

Matematik ta'lim har bir o'quvchining madaniy yukining ajralmas qismi bo'lishi kerak. Ammo u hech qanday tarzda formulalarga kamaytirilmasligi kerak (bu ko'paytirish jadvali yoki Windows 95).

Matematik ta'limning asosiy maqsadi Vittening "matematika-falsafa" xarakteristikasida juda yaxshi tasvirlangan va umuman matematik bo'lmagan faoliyatda juda yaxshi foydalangan haqiqiy dunyo hodisalarini, ko'nikmalarini matematik jihatdan o'rganish qobiliyatini tarbiyalash bo'lishi kerak. Yumshoq matematik modellarni tuzish va o'rganish san'ati bu ushbu mahoratning eng muhim tarkibiy qismi.

## ADABIYOTLAR

1. Анализ математических моделей Базель II / Ф.Т. Алескеров и др. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2018. - 288 с.
2. Арнольд, В. И. «Жесткие» и «мягкие» математические модели / В.И. Арнольд. - М.: МЦНМО, 2014. - 658 с.
3. Арнольд, В.И. «Жесткие» и «мягкие» математические модели / В.И. Арнольд. - М.: [не указано], 2014. - 824 с.
4. В. И. Арнольд. Теория катастроф. М.: Наука, 1990, 128 с.
5. Т. Постон, И. Стюарт. Теория катастроф и ее приложения. М.: Мир, 1980, 608 с.
6. Л. Э. Эльсгольц. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. Изд. 2-е. М.: Наука, 1969, 424 с.
7. Х.С Далиев, Э.Х Бозоров в/б. Медицинская электроника. - Т.: «Fan va texnologiya», 2019, 400 стр.
8. Бозоров Э.Х. Медицинская информатика. -Т.: «Fan va texnologiya», 2019, 352 стр.
9. Арнольд, В.И. «Жесткие» и «мягкие» математические модели / В.И. Арнольд. - М.: Московский центр непрерывного математического образования (МЦНМО), 2013. - 307 с.



**E.Kh.Bozorov, A. E.Kubayev, D.A.Ahurova,  
K.T.Suyarov, D.A.Qarshiyev**

**“QATTIQ” VA “YUMSHOQ” MATEMATIK MODELLAR**

O'quv-uslubiy qo'llanma

Muharrir: S.Karimova  
Musahhah: Z.Usmanova  
Tex.muharrir: M.Sattarova

© “Samarqand davlat chet tillar instituti” nashriyoti,  
140104, Samarqand sh., Bo'stonsaroy ko'chasi, 93.

Nashriyot tasdiqnomasi:  
№ 1243-7560-5999-432c-2125-1811-8655

Bosmaxona litsenziyasi:



4268

Bosishga ruxsat etildi: 15.01.2024.  
Ofset bosma qog'oz. Qog'oz bichimi 60x84<sub>1/16</sub>.  
“Times New Roman” gamiturasi. Ofset bosma usuli.  
Hisob-nashriyot t.: 1,8. Shartli b.t.: 1,1.  
Adadi: 50 nusxa. Buyurtma № 15/01.

---

SamDCHTI nashr-matbaa markazida chop etildi.  
Samarqand sh., Bo'stonsaroy ko'chasi, 93-uy.

